

平成28年度鹿児島大学AO入学試験 適性試問

[理学部 数理情報科学科]

平成27年11月19日 (13:30 ~16:00)

注 意 事 項

1. 「解答始め」の合図があるまでこの冊子は開かないこと。
2. 問題は **1** ~ **5** の計5題ある。すべてについて解答すること。
3. 解答用紙は **1** (1), (2) と **1** (3), (4), さらに **2** ~ **5** の計6枚ある。問題 **1** ~ **5** について、指定する解答用紙に解答すること。
4. 受験番号、氏名は、必ず6枚の解答用紙のそれぞれに記入すること。
5. 解答は所定の解答用紙の解答欄に記入し終わるようにし、裏面には決して記入しないこと。
6. この試問では、論理的思考力、論証の記述力を主に評価する。したがって、解答は論証および計算の進め方がはっきり分かるように、順序よく的確に表現すること。また文字は丁寧に書くこと。

1 次の各問いに答えよ。

(1) 次の関数の最大値と最小値を求めよ。また、そのときの x の値を求めよ。

$$y = 3 - 2\sin^2 x + \sin^4 x \quad (0 \leq x \leq 2\pi)$$

(2) 平面上に三角形 OAB がある。辺 OA の延長線上に点 P を、辺 OB の延長線上に点 Q をとり、線分 PQ の中点を M とする。三角形 OAB の重心 G が直線 OM 上にあるとき辺 AB と線分 PQ は平行であることを証明せよ。

(3) $(x - y)^3 + (y - z)^3 + (z - x)^3$ を因数分解せよ。

(4) $|1 - a| + |2 - a| + |4 - a|$ を最小にする実数 a の値を求めよ。

2 a, b を実数とする。次の各問いに答えよ。

(1) 2次方程式

$$x^2 - b = 0$$

の解の絶対値がすべて1より小さくなるような b の値の範囲を求めよ。ただし、2次方程式の解は複素数の範囲で考えること。

(2) 2次方程式

$$x^2 - ax - b = 0$$

の解の絶対値がすべて1より小さくなるような点 (a, b) 全体の表す図形を図示せよ。ただし、2次方程式の解は複素数の範囲で考えること。

3 $x = (\sqrt{5} - 2)^{\frac{1}{3}} - (\sqrt{5} + 2)^{\frac{1}{3}}$ をできるだけ簡単に表したい。次の各問いに答えよ。

(1) x^3 を x の整数係数の1次式で表せ。

(2) x の値を求めよ。

4 次の各問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x) = \frac{x}{1+x}$ は $x \geq 0$ で単調に増加することを示せ。

(2) $x \geq 0$ かつ $y \geq 0$ のとき、次の不等式を示せ。

$$\frac{x}{1+x} + \frac{y}{1+y} \geq \frac{x+y}{1+x+y}$$

(3) 不等式 $|a-b| + |b-c| \geq |a-c|$ を利用して、不等式

$$\frac{|a-b|}{1+|a-b|} + \frac{|b-c|}{1+|b-c|} \geq \frac{|a-c|}{1+|a-c|}$$

を示せ。

5 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n = \int_0^1 \left(\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \right)^n dx \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

で定める。関数 $f(x)$ を $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ で定め、 $A = f(1)$ とおく。このとき、次の各問いに答えよ。

(1) 等式 $f'(x) = 1 - \{f(x)\}^2$ が成り立つことを示せ。

(2) a_2 を定数 A を用いて表せ。

(3) $a_1 - a_3$ を定数 A を用いて表せ。

(4) $a_4 + a_3 - a_1 - a_0$ を定数 A を用いて表せ。

28年度 AO 入試適性試問の解答例

1

(1) 三角関数の理解度を問うた。最大値は3で、そのときの x の値は $0, \pi, 2\pi$ 。最小値は2で、そのときの x の値は $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$ 。

(2) ベクトルの理解度を問うた。証明は省略

(3) 複数の文字を含む多項式の因数分解の理解を問うた。

$$(x-y)^3 + (y-z)^3 + (z-x)^3 = 3(x-y)(y-z)(z-x).$$

(4) 絶対値の計算の理解度を問うた。結論は2。

2 2次方程式の理解度を問うた。

(1) 省略。

(2) 省略。

3 方程式の実数解と複素数解についての理解度を問うた。

(1) 平方根, 三乗根を含む式の計算ができるかを問うた。 $x^3 = -3x - 4$ 。

(2) 3次方程式の理解度を問うた。 $x = -1$ 。

4 不等式についての理解度を問うた。

(1) 関数の単調増加性を理解しているかを問うた。証明は省略。

(2) 不等式を証明できるかを問うた。証明は省略

(3) 全問を正確に利用して不等式を証明できるかを問うた。証明は省略

5 微分積分学の理解度を問うた。

(1) 省略。

(2) 結論は $1 - A$ となる。

(3) 結論は $\frac{A^2}{2}$ となる。

(4) 結論は $-\frac{A^3}{3} - \frac{A^2}{2} - A$ となる。