

# 平成29年度鹿児島大学AO入学試験 適性試問

## [理学部 数理情報科学科]

平成28年11月21日(13:30～16:00)

### 注 意 事 項

1. 「解答始め」の合図があるまでこの冊子は開かないこと。
2. 配布物は、問題冊子1部、解答用紙5枚、草案用紙5枚である。
3. 問題は **1** ～ **5** の計5題ある。すべてについて解答すること。
4. 5枚の解答用紙には、**1** ～ **5** の問題番号が書いてある。それぞれの解答用紙に解答すること。
5. 受験番号は、必ず5枚の解答用紙のそれぞれに記入すること。
6. 解答は所定の解答用紙の解答欄に記入し終えるようにし、裏面には決して記入しないこと。
7. この試問では、論理的思考力、論証の記述力を主に評価する。したがって、解答は論証および計算の進め方がはっきり分かるように、順序よく的確に表現すること。また、文字は丁寧に書くこと。
8. 問題冊子と草案用紙は、各自持ち帰ること。

1 次の各問いに答えよ.

- (1) 実数  $x, y$  が  $x + y \geq 2$  を満たすならば,  $x \geq 1$  または  $y \geq 1$  が成り立つことを示せ.
- (2) 10 進法で表された数 1000 を  $n$  進法で表すと  $1331_{(n)}$  となった.  $n$  はいくつか.
- (3)  $-3 \leq m \leq n \leq 3$  と  $\cos \frac{m\pi}{6} \cos \frac{n\pi}{6} = \frac{1}{4}$  を満たす整数  $m, n$  の組  $(m, n)$  をすべて求めよ.

2  $n$  を正の整数とし, 関数  $f(x) = \frac{1}{x}$  ( $x > 0$ ),  $g_n(x) = \frac{x^2}{n}$  ( $x \geq 0$ ) を考える.

- (1)  $xy$  平面上の曲線  $y = f(x)$  と  $y = g_n(x)$  の共有点の座標を  $n$  を用いて表せ.
- (2)  $n < m$  のとき, 3つの曲線  $y = f(x)$ ,  $y = g_n(x)$ ,  $y = g_m(x)$  で囲まれた部分の面積  $S_{n,m}$  を求めよ.
- (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} nS_{n,n+1}$  を求めよ.

3 平面上に三角形 APQ がある. ただし,  $\angle P$  と  $\angle Q$  は直角ではないとする. 線分 AP 上に点 A, P 以外の点 B をとり, 線分 AQ 上に点 A, Q 以外の点 C をとり. また, 線分 BQ と線分 CP の交点を D とする.

- (1)  $AB:BP = a:b$ ,  $AC:CQ = c:d$  のとき,  $PD:DC$  を求めよ.

次に, 平面上に点 A, P, Q 以外の点 E をとり. ただし, 線分 AE は直線 PQ と, 点 E 以外の点で垂直に交わるとする. また, 点 B を通って線分 AE に平行な直線と線分 EP の交点を F とし, 点 C を通って線分 AE に平行な直線と線分 EQ の交点を G とする. さらに, 線分 GP と線分 FQ の交点を H とする.

- (2) 線分 DH と線分 AE が平行であることを示せ.

4 青玉 3 個と赤玉 3 個が入った袋がある。袋から玉をひとつ取り出し、取り出した玉が青玉なら赤く塗って赤玉にして袋に戻し、取り出した玉が赤玉ならそのまま袋に戻す。この操作を繰り返し、すべての玉が赤玉になったら操作を終了する。操作が  $n$  回目で終了する確率を  $p_n$  とする。ただし、どの玉が取り出される確率も等しいとする。

(1)  $p_3$  を求めよ。

$n$  回目の操作が終わった時点で袋の中の青玉の個数が  $k$  個 ( $1 \leq k \leq 3$ ) である確率を  $q_n(k)$  とおく。

(2)  $q_1(1), q_1(2), q_1(3)$  を求めよ。

(3)  $q_n(k)$  ( $n \geq 2, k = 1, 2$ ) を、 $q_{n-1}(k), q_{n-1}(k+1)$  を用いて表せ。

(4)  $q_2(1), q_2(2), q_2(3)$  を求めよ。

(5)  $p_4$  を求めよ。

5 3 辺の長さがすべて整数の直角三角形をピタゴラス三角形という。次の各問いに答えよ。

(1) ピタゴラス三角形の例を具体的にひとつあげよ。

(2) ピタゴラス三角形の 3 辺のうち、少なくとも 1 辺の長さは偶数である。このことを示せ。

(3) ピタゴラス三角形の 3 辺のうち、少なくとも 1 辺の長さは 3 の倍数である。このことを示せ。

(4) ピタゴラス三角形の内接円の半径は整数である。このことを示せ。

## 平成 29 年度 AO 入試・解答

1

- (1) 省略
- (2)  $n = 9$
- (3)  $(m, n) = (-2, -2), (-2, 2), (2, 2)$

2

- (1)  $(n^{\frac{1}{3}}, n^{-\frac{1}{3}})$
- (2)  $\frac{1}{3} \log \left( \frac{m}{n} \right)$
- (3)  $\frac{1}{3}$

3

- (1)  $(bc + bd) : ad$
- (2) 省略

4

- (1)  $p_3 = \frac{1}{36}$
- (2)  $q_1(1) = 0, q_1(2) = \frac{1}{2}, q_1(3) = \frac{1}{2}$
- (3)  $q_n(k) = \frac{6-k}{6} q_{n-1}(k) + \frac{k+1}{6} q_{n-1}(k+1)$
- (4)  $q_2(1) = \frac{1}{6}, q_2(2) = \frac{7}{12}, q_2(3) = \frac{1}{4}$
- (5)  $p_4 = \frac{1}{18}$

5

- (1) 3 辺の長さが 3, 4, 5 であるような三角形.
- (2) 省略
- (3) 省略
- (4) 省略